



GFMT «Giovanni Prodi»  
40° Convegno sulla Didattica della Matematica  
Lucca, 5-6 settembre 2023

*"Insegnare nel dilatarsi delle tecnologie in ambito didattico"*

## **Le tecnologie nell'insegnamento della matematica: da Cabri ad oggi**

**Luigi Tomasi**

Prof. a contratto, Università di Padova

5 settembre 2023

### **L'uso delle tecnologie nell'insegnamento della matematica: qualche nota storica**

- Oggi, quando parliamo di tecnologie per la matematica a scuola, pensiamo a quelle dell'informazione e della comunicazione TIC (ICT ingl.)
- Tali tecnologie sono sempre più pervasive anche a scuola.
- Tuttavia fanno parte delle tecnologie anche le calcolatrici e un tempo anche il regolo calcolatore, i modelli, le macchine matematiche; il compasso; le squadre; il goniometro, ...

## L'uso delle tecnologie nell'insegnamento della matematica: note storiche

- Parleremo quindi delle TIC, di come sono entrate nell'insegnamento della matematica in questi ultimi decenni
- Parleremo prima di tutto del più vasto piano di formazione e di aggiornamento che abbia interessato gli insegnanti di Matematica (e di Fisica) nel passato
- Fino ad arrivare al periodo tragico della pandemia in cui le tecnologie informatiche (TIC) ci hanno salvato, almeno in parte...
- E ad oggi, in cui siamo alla soglia, probabilmente, di un'altra rivoluzione, quella della Intelligenza Artificiale (o AI in ingl.).

## Era il 1983: una citazione da Giovanni Prodi

- *«Occorre, più in generale, riflettere sull'impatto che il calcolatore potrà avere sulla cultura di massa.*
- *Ad esempio, si parla molto della possibilità di raccogliere e diffondere informazione; dunque tra poco, premendo i tasti del nostro "home computer" potremo avere tutte le informazioni per un viaggio in ferrovia: ci verrà detto a che ora dobbiamo partire per arrivare ad un'ora fissata, quali saranno le coincidenze intermedie, ecc. ...*

## Una citazione da Giovanni Prodi (1983)

- *«Tutto ciò è molto comodo.*
- *Sfortunatamente, però, per molte persone la lettura dell'orario ferroviario è l'azione che mobilita il più elevato livello di risorse mentali.»*



## Una citazione da Giovanni Prodi (1983)

- *Tutto ciò è molto comodo.*
- *Sfortunatamente, però, per molte persone la lettura dell'orario ferroviario è l'azione che mobilita il più elevato livello di risorse mentali.*
- *Dunque, anche a livello di cultura di massa c'è il problema di sostituire operazioni assorbite dal calcolatore con altre di maggior livello mentale: altrimenti il calcolatore provocherà un abbassamento del livello medio d'intelligenza.»*

Queste parole pronunciate a Genova nel 1983 in un Convegno A.I.C.A. da Giovanni Prodi (1925 – 2010) risultano davvero **profetiche**, "I problemi della matematica di fronte all'informatica"

## Una citazione da Giovanni Prodi (1983)

- *« ritornando al campo scolastico, se è urgente diffondere l'impiego del calcolatore, è altrettanto urgente elevare il livello d'intelligenza della nostra attività scolastica.*
- *Altrimenti rischiamo di avere, a malapena, un 10% della nostra popolazione scolastica "al di sopra del calcolatore" ma tutto il resto "al di sotto".*
- *Occorre creare nuovi campi di problemi, cercare tipo di intelligenza "ortogonali" a quella del calcolatore. Tutti questi compiti spettano prevalentemente ai matematici.»*

**Piano Nazionale per l'Informatica**

## Il computer a scuola, dal PNI a oggi

- PNI - Piano Nazionale per l'Informatica
- Il PNI risale al 1985...
- Il Ministro della Pubblica Istruzione era allora la Sen. Franca Falcucci
- I consiglieri matematici erano: Giovanni Prodi, Vinicio Villani, l'ispettrice Lucia Ciarrapico, e altri.

Vedi articolo di G.C. Barozzi e L. Ciarrapico (sul BUMI, 2003)

## Il computer a scuola, il PNI-Piano Nazionale per l'Informatica

L'informatica (anni '80) si stava diffondendo nella società e nelle aziende; la scuola doveva assolutamente inglobarla nei suoi percorsi didattici.

Le sperimentazioni fatte (anni '70 e '80) da pochi docenti ed in pochi istituti scolastici non bastavano più, occorreva che tutta la scuola italiana venisse riformata.

Non era più possibile, all'interno delle scuole, ignorare la presenza del calcolatore, proprio come sosteneva nel 1983 Giovanni Prodi.

## Il PNI - Piano Nazionale per l'Informatica

- « *non possiamo fare come se l'elaboratore elettronico non esistesse: anche se optiamo per una "informatica povera", il fatto che esistano certi strumenti cambia il nostro quadro concettuale e la nostra valutazione di ciò che è matematicamente rilevante, e di ciò che non lo è.*
- *Non possiamo imitare quei patetici insegnanti di topografia degli Istituti Tecnici per Geometri che esigono ancora l'uso delle tavole trigonometriche, anzi logaritmico-trigonometriche, come un tempo.»*

(Giovanni Prodi, 1983, pp. 50-51).

## 1985: parte il PNI-Piano Nazionale per l'Informatica (come sperimentazione)

- In questo contesto non era più possibile temporeggiare e quindi, nel 1985 il Ministro della Pubblica Istruzione, sen. Franca Falcucci, presenta ufficialmente durante il convegno CEE (Centro Educativo Europeo) di Bologna il Piano Nazionale per l'Informatica (PNI).
- Questo progetto era molto ambizioso e mirava ad inserire l'informatica in tutte le scuole di ogni ordine e grado; un progetto che, per la sua vastità e per le risorse economiche stanziare, non aveva precedenti (e neanche «successivi»...).
- Il sistema della formazione non poteva sottrarsi a un profondo rinnovamento proprio come troviamo scritto nella premessa generale contenuta nel documento di presentazione del progetto.

## 1985: Piano Nazionale per l'Informatica

- Il Progetto nasce quindi con l'intento di inserire in maniera sistematica l'informatica nel percorso di studi dei giovani. L'obiettivo principale del Progetto è l'ingresso dell'informatica a tutti i livelli di scuola ed in maniera trasversale in tutte le discipline.
- Si punta ad insegnare agli studenti ad utilizzare gli strumenti informatici e a trasmettergli elementi di informatica e di programmazione; si cerca contemporaneamente di utilizzare le nuove tecnologie per rinnovare metodologicamente il processo di insegnamento-apprendimento. Si parla infatti di insegnare l'informatica e di insegnare *con* l'informatica.
- Il calcolatore doveva infatti essere uno strumento in grado di supportare la didattica di tutte le discipline.

## 1985: Piano Nazionale per l'Informatica

- Per raggiungere questo ambizioso obiettivo il Ministro Falcucci istituisce un Comitato Scientifico a cui affida il compito di definire scelte culturali e metodologiche per l'attuazione del progetto.
- La prima importante scelta che il Comitato deve prendere è dove collocare le basi teorico-operative dell'informatica, ovvero se costituire una disciplina autonoma o inserirle all'interno di altre discipline già esistenti

## 1985: Piano Nazionale per l'Informatica

- Il Comitato decise di «collocare *l'insegnamento dell'informatica nell'ambito della matematica e della fisica e non come disciplina autonoma, tranne negli indirizzi degli Istituti Tecnici informatici.*
- Secondo Giovanni Prodi, che rappresentava i matematici nel Comitato, «*Vi sono profonde ragioni di carattere culturale che legano l'informatica ai capitoli più tradizionali della matematica: sono rami che escono da uno stesso tronco.*»

Tomasi Luigi, *Alcune linee di storia dell'insegnamento della matematica nella scuola secondaria in Italia dal 1945 ad oggi*, «Annali online della didattica e della formazione docente», numero 3 (2012), *La scuola italiana ha 150 anni. Problemi e prospettive*, a cura di G. Genovesi, pp. 106-121: <http://annali.unife.it/SSIS>.

## 1985: Piano Nazionale per l'Informatica, le proposte di Giovanni Prodi

- *Ma penso che in tutta la scuola pre-universitaria sia molto più produttiva l'altra strategia consistente nel presentare le basi dell'informatica all'interno della matematica.*
- *Come scienza di base, l'informatica fa parte del grande gruppo delle scienze matematiche (così come, sia chiaro, la logica matematica).*

Prodi Giovanni, *I problemi della matematica di fronte all'informatica*, Relazione tenuta alla Giornata di Lavoro sul tema: AED nell'insegnamento della Matematica organizzata dall'A.I.C.A. Genova, 3 Dicembre 1983, p. 8.



## Piano Nazionale per l'Informatica, le proposte di Giovanni Prodi

- *La distinzione, a livello di base, dell'informatica dalla matematica produce da un lato un'informatica tutta strumentale e tecnologica, dall'altro una matematica poco incisiva e non rinnovata.*
- *Infatti, io non penso ad una pura e semplice cattura dell'informatica da parte della matematica, ma ad un radicale rinnovamento dell'insegnamento della matematica fatto da e per l'informatica.»*

Prodi Giovanni, *I problemi della matematica di fronte all'informatica*, Relazione tenuta alla Giornata di Lavoro sul tema: AED nell'insegnamento della Matematica organizzata dall'A.I.C.A. Genova, 3 Dicembre 1983, p. 8.

## Con il PNI i matematici riescono a ottenere un rinnovamento dei programmi di matematica

- I matematici quindi “cavalcarono” l'onda dell'informatica ed in particolare il PNI per rinnovare i programmi d'insegnamento della matematica che erano ormai molto datati.
- L'informatica può essere quindi considerata la **causa contingente del rinnovamento dei curricula di matematica** nella scuola secondaria di secondo grado, come sosteneva lo stesso Giovanni Prodi nel 1988

**Convegno GFMT alla Certosa di Pontignano (Siena), 1988.**

## **1985: Piano Nazionale per l'Informatica, nuovi programmi di Matematica e di Fisica**

- Grazie all'informatica quindi si coglie l'occasione per elaborare i **nuovi programmi d'insegnamento della matematica e della fisica (con orari adeguati)** nella scuola secondaria di II grado.
- Sono i nuovi programmi di Matematica (e di Fisica) del PNI, con l'informatica: molto belli, anche se difficili da attuare.

## **1985: Piano Nazionale per l'Informatica, nuovi programmi di Matematica e di Fisica**

- *«Alla fine del 1985 vennero scritti i programmi di matematica (e di fisica) del biennio, che dall'anno scolastico 1987-88 – definiti i nuovi orari e le nuove cattedre – furono adottati sperimentalmente da moltissime scuole di ogni ordine (Licei, Tecnici, Professionali, ...).*
- *Tutti i docenti di Matematica, di Fisica, di Matematica-Fisica seguirono un corso di aggiornamento obbligatorio di 3 settimane, tenuti da formatori*
- *Nel 1989 furono scritti i nuovi programmi PNI del triennio, che entrarono in attuazione in continuità con quelli del biennio a partire dall'anno scolastico 1989-90. [...]*

## 1985: Piano Nazionale per l'Informatica, nuovi programmi di Matematica e di Fisica

- Si trattava di programmi molto innovativi, in cui l'orario dedicato alla matematica diventava consistente (fino a 5 ore settimanali nei LS), a fronte però di un notevole aumento degli argomenti da svolgere.

L. Tomasi, *La matematica nella Scuola secondaria di II grado, dalle sperimentazioni degli anni Ottanta al riordino del 2010*, pp. 204-205, «Annali online della didattica e della formazione docente», vol. 4, N. 4 (2012)

## 1985: Piano Nazionale per l'Informatica, nuovi programmi di Matematica e di Fisica

- Le principali novità riguardavano l'introduzione della logica e informatica, di elementi di statistica e probabilità. Inoltre, in tali programmi, si suggeriva una metodologia d'insegnamento "per problemi", con l'invito a consolidare e sistematizzare i concetti in modo graduale.

L. Tomasi, *La matematica nella Scuola secondaria di II grado, dalle sperimentazioni degli anni Ottanta al riordino del 2010*, pp. 204-205, «Annali online della didattica e della formazione docente», vol. 4, N. 4 (2012)

## **1985: Piano Nazionale per l'Informatica, nuovi programmi di Matematica e di Fisica**

- *Inizialmente, per quanto riguarda l'informatica, l'attenzione era stata posta all'apprendimento di un linguaggio di programmazione, ma in seguito è prevalsa una diversa interpretazione, in cui si è posto maggiormente l'attenzione all'insegnamento della matematica, non dell'informatica, utilizzando dei software (per es. Cabri, Derive, Excel,...) per il suo insegnamento e apprendimento.*

## **1985: Piano Nazionale per l'Informatica, nuovi programmi di Matematica e di Fisica**

- *I programmi del PNI diventarono una sperimentazione molto diffusa in tutte le scuole secondarie superiori, con un forte seguito tra i docenti.*

L. Tomasi, *La matematica nella Scuola secondaria di II grado, dalle sperimentazioni degli anni Ottanta al riordino del 2010*, pp. 204-205, «Annali online della didattica e della formazione docente», vol. 4, N. 4 (2012)

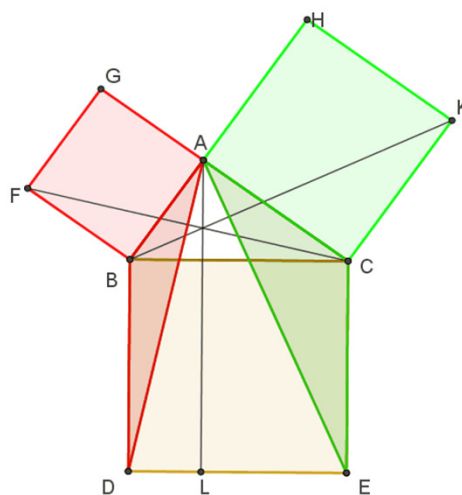
## I software di geometria dinamica e l'insegnamento della geometria



25

**Tecnologie  
esempi sull'introduzione alla  
dimostrazione**

## Verso la dimostrazione, passando per le congetture (...con il software?)



27

## La dimostrazione: progressivo abbandono?

- Negli ultimi decenni, in molti indirizzi della scuola secondaria di II grado c'è stato a volte un progressivo abbandono della dimostrazione, soprattutto nella geometria sintetica.
- Di qui le proposte per un approccio più graduale alla dimostrazione, che faccia anche uso degli strumenti tecnologici come, per esempio, i **software di geometria dinamica** e più in generale delle tecnologie.

28

## L'uso del software può aiutare un percorso didattico verso la dimostrazione?

- Fin dal loro apparire questi software hanno suscitato un certo interesse tra gli insegnanti di matematica...
- Per le loro caratteristiche di dinamicità questi strumenti possono costituire un supporto all'insegnamento e apprendimento della matematica, anche per quanto riguarda l'avvio alla dimostrazione.

29

## Attività di esplorazione e scoperta di proprietà

- Con questi strumenti è diventato più facile proporre attività di esplorazione e di scoperta di proprietà, da realizzare mediante l'uso dei software e più in generale delle tecnologie (comprese quelle tradizionali).
- In queste attività particolarmente importanti sono i problemi *di costruzione* e quelli *proposti in forma aperta*, per favorire il passaggio dalle osservazioni e dalle congetture alle dimostrazioni.

30

## Semplici domande presentate in forma «aperta» con l'uso del software

Due altezze di un triangolo possono essere  
perpendicolari?

E due assi?

Se sì, costruire un triangolo che abbia questa proprietà;  
altrimenti spiegare perché è impossibile.

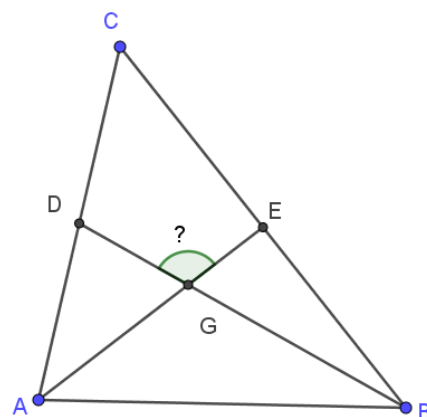
31

## Esempio: un problema presentato «in forma aperta» con l'uso del software

Due mediane di un triangolo possono  
essere perpendicolari?

Se sì, costruire un triangolo che abbia  
questa proprietà; altrimenti spiegare  
perché è impossibile.

[figura 1](#) - [figura 2](#)



32

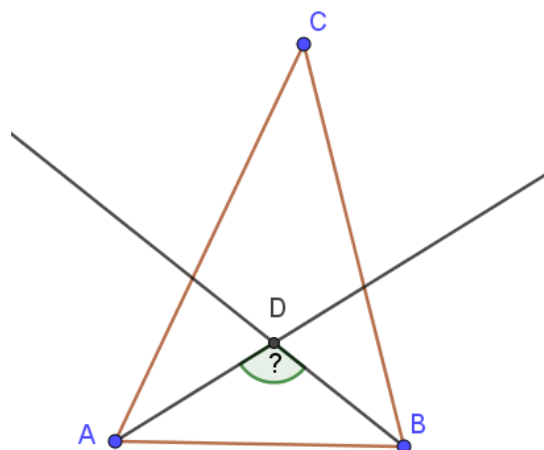


### Esempio: con un software costruire un triangolo e le bisettrici degli angoli in A e in B.

Trascinando (software) i vertici A, B o C, queste due bisettrici possono «diventare» tra loro perpendicolari?

Se sì, costruire un triangolo che abbia questa proprietà; altrimenti spiegare perché è impossibile.

[figura](#)



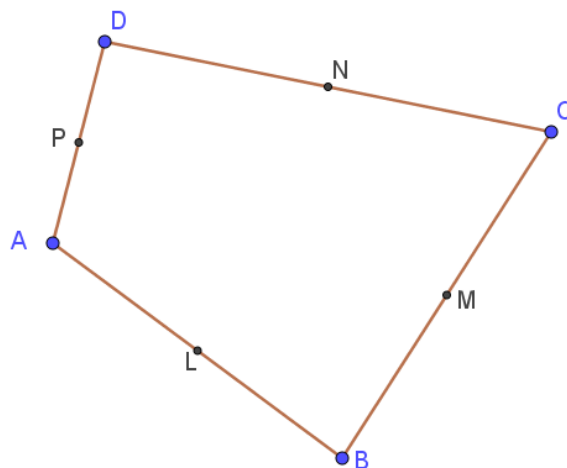
### Verso la dimostrazione con il software

*Sia dato un quadrilatero ABCD e siano L, M, N e P rispettivamente i punti medi dei lati AB, BC, CD e AD.*

- Quali proprietà ha il quadrilatero LMNP?
- Quali configurazioni particolari può assumere il quadrilatero LMNP?
- Quali ipotesi occorre fare su ABCD perché LMNP assuma queste configurazioni?
- Produrre delle congetture e dimostrarle (o refutarle).

[figura](#)

Esempio. Dato un quadrilatero ABCD, costruire il quadrilatero dei punti medi (con il software)  
Cosa si osserva? ..... Perché?.....



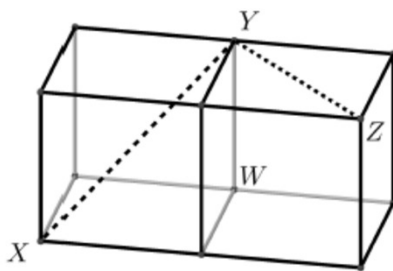
[figura](#)

Esempio. Visualizzazione in un problema di geometria dello spazio (da «Flatlandia»)

Sono dati due cubi, di ugual spigolo unitario, con una faccia in comune (vedi figura). I punti X, Y, Z, V e W sono vertici dei cubi.

- a) Determinare l'ampiezza dell'angolo  $\widehat{XYZ}$ .
- b) Determinare la superficie e il volume della piramide di base VZYW e vertice in X.

Motivare le risposte.



[figura](#)

## Piano Nazionale per l'Informatica: criticità

- Il PNI fu criticato, anche in maniera dura, fin dalla sua nascita per una certa qual improvvisazione con cui fu portato avanti, almeno nella sua prima fase.
- Inoltre fu criticato per la vastità di contenuti che furono introdotti nei programmi, forse anche perché **gli insegnanti hanno la tendenza a conservare il "vecchio" ed il "nuovo" nel loro insegnamento.**
- Non tutti i docenti che avevano frequentato i corsi di formazione avevano infatti tradotto in pratica quanto avevano appreso in linea teorica.
- In molti casi ci si è limitati ad aggiungere qualche elemento di Informatica al tradizionale insegnamento della matematica.

## Piano Nazionale per l'Informatica: criticità

- *«Vi sono poi forti perplessità riguardo **la preparazione degli insegnanti**: infatti l'indirizzo didattico del corso di laurea in matematica spesso non prevede come obbligatori né esami di informatica, né di calcolo delle probabilità e statistica.*
- *Come pretendere quindi che tali materie siano inserite e adeguatamente trattate nelle scuole se gli insegnanti non hanno la necessaria competenza? Ci sembra significativa a questo proposito l'osservazione di un insegnante che ha risposto al nostro questionario **"conoscere una materia non significa saperla insegnare"**.*

Bonotto C. e Masin D., *Programmi sperimentali PNI e Brocca: problematiche attuali*, «L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate», Vol. XXI B, n. 2, Aprile 1998, p. 152.

## Piano Nazionale per l'Informatica: criticità

- *Non è neppure sufficiente ampliare le conoscenze dei docenti con elementi di informatica, statistica, logica.*
- *Bisogna anche studiare il modo in cui **modificare globalmente l'impostazione dell'insegnamento** della matematica al fine di conglobare tutti questi nuovi argomenti in un tutto organico.»*

Bonotto C. e Masin D., *Programmi sperimentali PNI e Brocca: problematiche attuali*, «L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate», Vol. XXI B, n. 2, Aprile 1998, p. 152.

## Piano Nazionale per l'Informatica: criticità

- Un'ulteriore problematica del PNI era la **carezza di indicazioni didattiche**; i suggerimenti pratici e particolareggiati in tal senso si riducevano a poche righe di consigli generali quali l'utilità di attività interdisciplinari, l'utilizzazione di una impostazione per problemi, la valutazione della situazione di partenza di ogni studente, la necessità di uno sviluppo integrato dei temi proposti, senza però alcuna proposta concreta per la loro attuazione.
- Sarebbe stato invece molto importante avere delle indicazioni pratiche per aiutare i docenti a passare dai programmi ad una seria programmazione didattica.
- Riportiamo l'interrogativo che si poneva Lucia Ciarrapico nel 2001 a Cattolica, nel Convegno ADT (Associazione per la Didattica con la Tecnologia).

## Piano Nazionale per l'Informatica: criticità

- « c'è da domandarsi se questo grande impegno economico e umano che è stato il PNI abbia inciso realmente sull'insegnamento della matematica nella scuola secondaria. Non si può rispondere "sì" in maniera generalizzata, ma neppure "no".
- Certamente l'informatica bene o male, è entrata in tutte le scuole secondarie ed argomenti nuovi, come la logica, la probabilità e la statistica sono divenuti familiari a molti.
- Forse i programmi non sempre sono stati attuati con l'intento metodologico che li aveva ispirati e che mirava a costruire nelle menti dei ragazzi **il significato degli "oggetti" matematici** più che a travasare contenuti, ma il cambiamento richiesto era a 180° e ciò non è di tutti e non è rapido.

Ciarrapico Lucia, *L'insegnamento della matematica dal passato recente all'attualità*, Relazione svolta a Cattolica in occasione del Convegno ADT, 7 Ottobre 2001, p. 9.

## Piano Nazionale per l'Informatica: criticità

- Forse coloro che li hanno formulati non hanno effettuato sufficienti tagli, forse gli stessi tagli proposti non sono stati colti e messi in pratica dai docenti, che tendono ad insegnare il vecchio ed il nuovo.
- Furono, comunque, molti i docenti che, svegliati da un profondo letargo, cominciarono a dubitare della matematica che insegnavano e del come la insegnavano. Sono, comunque, ora tanti i docenti che hanno imparato a fare una buona matematica.»

Ciarrapico Lucia, *L'insegnamento della matematica dal passato recente all'attualità*, Relazione svolta a Cattolica nel Convegno ADT, 7 Ottobre 2001, p. 9.

## **Programmi Brocca (1990-1992), insegnamento della matematica e tecnologie**

- Programmi Brocca curricolari biennio (1990)
- Nel 1990-91 si passò a definire quelli relativi al triennio.
- I programmi "Brocca" di matematica del biennio ricalcavano sostanzialmente quelli del PNI, anche per quanto riguarda l'uso delle tecnologie nell'insegnamento.
- Cambiava però radicalmente il contesto di riferimento, perché questi programmi modificavano anche l'orario di tutte le discipline e non solo della matematica e della fisica come invece avveniva nel PNI.

## **Uso delle tecnologie nell'insegnamento della matematica negli anni Novanta: criticità e rapida obsolescenza**

- Problema dei libri di testo; esame di Stato non coerente
- Le tecnologie cambiano molto in fretta, mentre la scuola ha una notevole inerzia rispetto al cambiamento
- Il linguaggio Pascal (PNI) è diventato obsoleto e sorpassato
- Il PNI e i Programmi Brocca, per le tecnologie, diventano obsoleti e sorpassati; la programmazione viene abbandonata.
- Fine anni Novanta: si diffonde Internet (grazie al WWW)
- Si diffondono nuovi computer, portatili, tablet, smartphone, nuovi linguaggi di programmazione, software di ogni tipo...

**UMI, Matematica 2001**  
**UMI, Matematica 2003,**  
**UMI, Matematica 2004**  
**Il laboratorio di Matematica**

**2000: la proposta di un nuovo curriculum UMI-  
CIIM «La matematica per il cittadino»**

L'UMI nel 2000 ha insediato una Commissione per lo studio e l'elaborazione di un curriculum di matematica per la nuova scuola, come possiamo leggere nella stessa presentazione del documento Matematica 2001.

- *«Nel luglio 2000 il Presidente dell'Unione Matematica Italiana (UMI), prof. Carlo Sbordone, facendo seguito ad una delibera della Commissione Scientifica dell'Unione, ha insediato una Commissione per lo studio e l'elaborazione di un curriculum di matematica per la scuola primaria e secondaria, adeguato ai mutati bisogni della società del nuovo secolo. Iniziative analoghe sono state avviate anche da associazioni di matematici in Europa e nel mondo, che hanno avvertito le stesse esigenze.»*

## La proposta UMI-CIIM di un nuovo curriculum

- *La Commissione era coordinata dal Presidente della CIIM (Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica), prof. Ferdinando Arzarello, e costituita da docenti sia universitari sia della scuola.*
- *La Commissione ha deciso di elaborare un curriculum di matematica definendone le conoscenze fondamentali da acquisire, indipendentemente, per quanto riguarda la scuola secondaria superiore, dalla varietà dei suoi indirizzi.*
- *E' emersa perciò l'idea della "matematica per il cittadino", cioè di un corpus di conoscenze e abilità fondamentali, necessarie a tutti coloro che entrano nell'attuale società, da acquisire secondo una scansione organica articolata nei successivi livelli scolastici.*

## Una tappa molto importante, un nuovo curriculum UMI, *Matematica 2001, 2003, 2004*

Per molti aspetti le Indicazioni nazionali/Linee guida (2010, 2012) riprendono la proposta di curriculum UMI contenuta in

UMI, *Matematica 2003*

**La Matematica per il cittadino**





## UMI, *Matematica 2003*

### Il laboratorio di Matematica come metodologia

- **Gli strumenti del laboratorio di Matematica:**
- **si propone l'uso delle tecnologie (che in quel periodo erano per es. Cabri, Derive, fogli di calcolo, le calcolatrici grafiche, CAS o non CAS, ecc.)**
- Il curriculum proposto dall'UMI è alla base di tutti i curricula di matematica (del 2010 e 2012), sia per il I ciclo che per il II ciclo.

### Nel 2010 (e 2012) vengono approvate le nuove **Indicazioni nazionali/Linee guida** che prevedono un **uso diffuso delle tecnologie**

- *Le Indicazioni nazionali/ Linee guida per il Licei e gli Istituti Tecnici e Professionali del 2010, 2012 dal MIUR e le Indicazioni nazionali per il primo ciclo (scuola dell'infanzia, scuola primaria e scuola secondaria di I grado) del 2012*
- prevedono una particolare attenzione **all'uso dell'informatica e delle nuove tecnologie per la Matematica.**

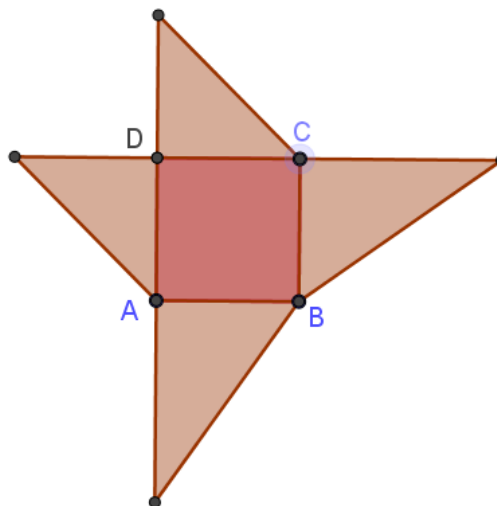
## Indicazioni nazionali/linee guida (2010) sull'uso degli strumenti informatici per la matematica

- *Gli strumenti informatici oggi disponibili offrono contesti idonei per rappresentare e manipolare oggetti matematici.*
- *L'insegnamento della matematica offre numerose occasioni per acquisire familiarità con tali strumenti e per comprenderne il valore metodologico. Il percorso, quando ciò si rivelerà opportuno, favorirà l'uso di questi strumenti, anche in vista del loro uso per il trattamento dei dati nelle altre discipline scientifiche.*
- *L'uso degli strumenti informatici è una risorsa importante che sarà introdotta in modo critico, senza creare l'illusione che essa sia un mezzo automatico di risoluzione di problemi e senza compromettere la necessaria acquisizione di capacità di calcolo mentale.*

**Tecnologie, esempi:  
geometria dello spazio**

## Esempio Dal piano allo spazio

Disegnare questa figura con GeoGebra nella vista Grafici (2D).  
Questo è lo sviluppo di un poliedro?  
Quale? Descrivilo.  
Come fai a stabilire se questa figura è lo sviluppo di un solido?  
Costruiscilo in cartoncino.  
E poi con GeoGebra.

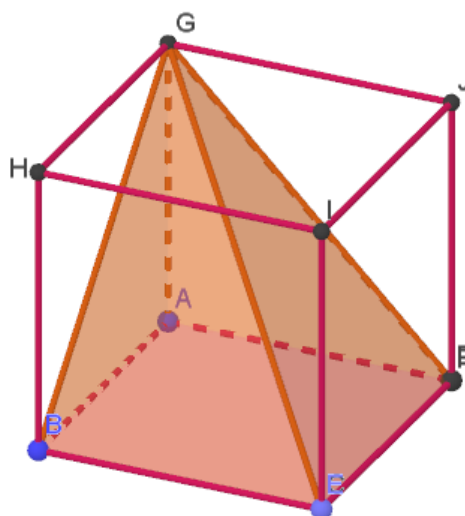


[Figura GeoGebra](#)

## Esempio. Dallo spazio al piano

Disegnare questa figura con GeoGebra nella vista Grafici (3D).  
Qual è il suo sviluppo nel piano?

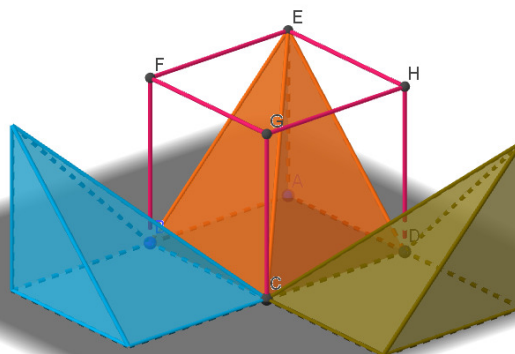
Descrivilo.  
Costruiscilo in cartoncino.  
E poi con GeoGebra.  
Quali sono le misure dei suoi spigoli se lo spigolo del cubo è 1?  
Trova la superficie e il volume di questo solido.



[File-GeoGebra cubo-piramide-un-terzo](#)

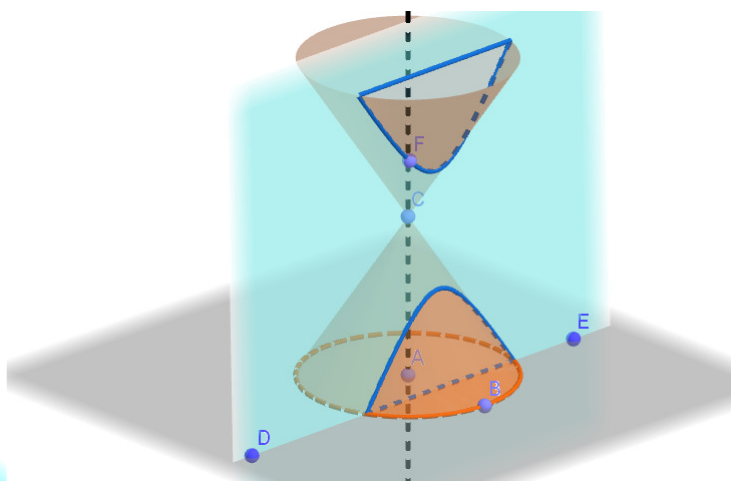
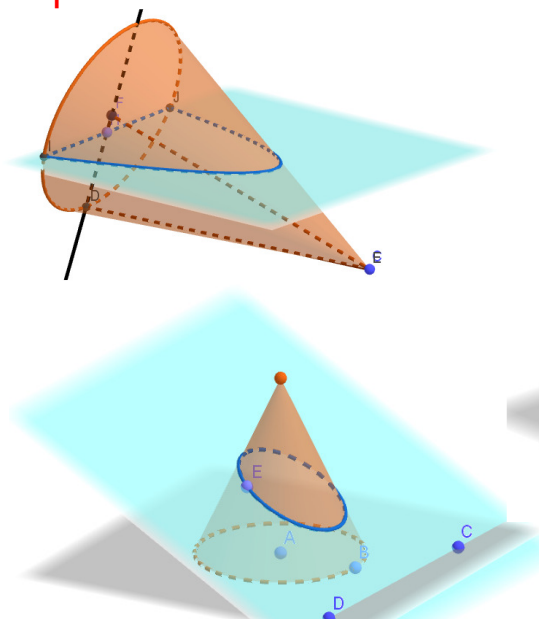
## Esempio. Cubo puzzle: scomposizione in tre piramidi equivalenti (visualizzazione dinamica)

Scomposizione di un cubo in tre piramidi equivalenti (anzi, le piramidi sono congruenti).  
Costruire in cartoncino le tre piramidi (oblique) di base una faccia del cubo.  
Qual è lo sviluppo piano di una di queste piramidi?  
Prima fare la costruzione in cartoncino e poi usare GeoGebra.



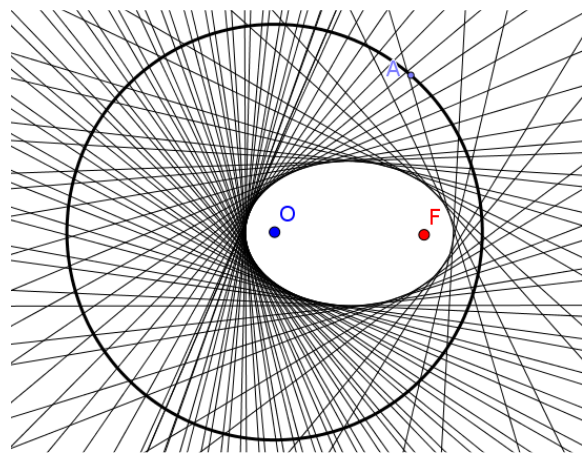
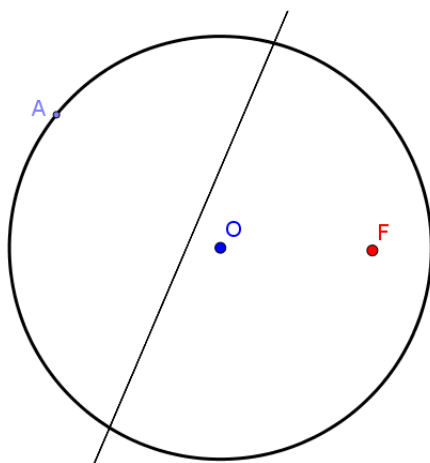
[File-GeoGebra cubo-puzzle](#)

## Esempio: le coniche come sezioni di un cono (ossia, perché si chiamano coniche...?)



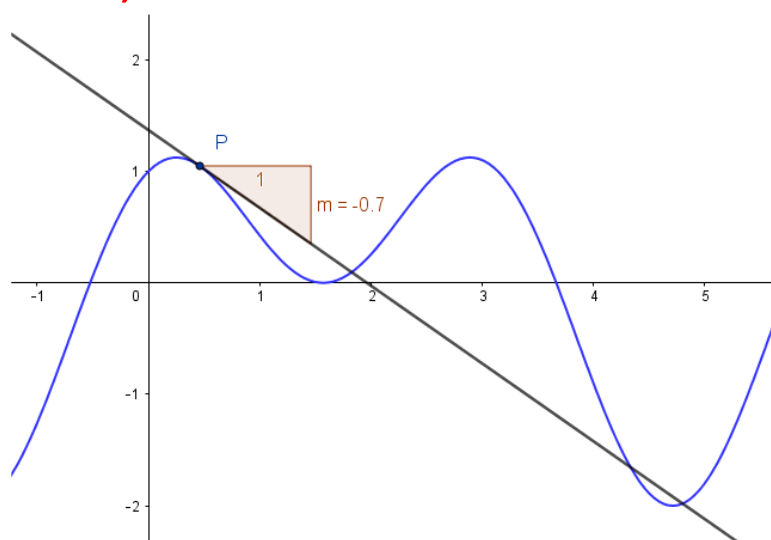
## Tecnologie un esempio: le coniche

### Coniche, software e carta piegata (origami)

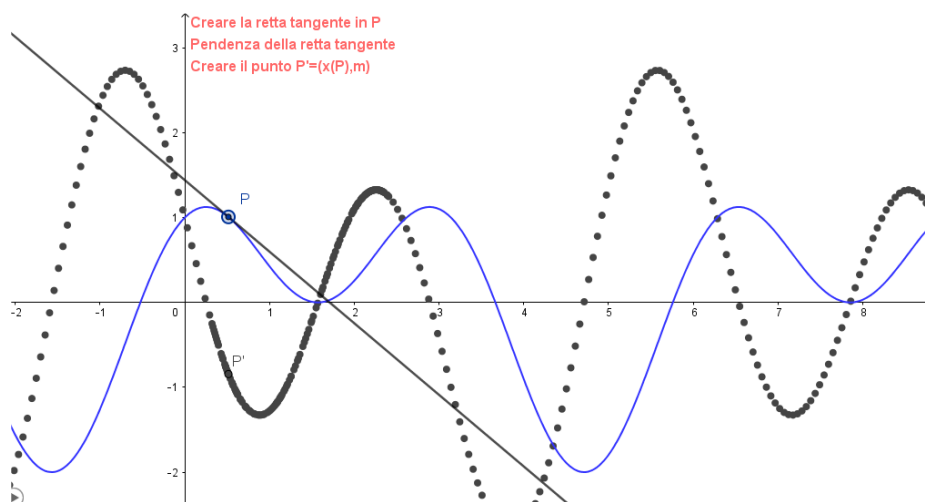


## Tecnologie un esempio: introduzione alla derivata

### Introduzione alla derivata (strumento Luogo di GeoGebra)

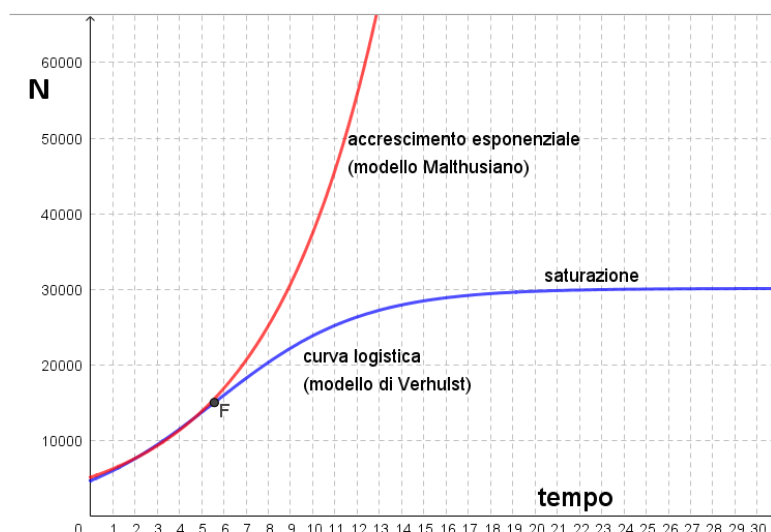


## Introduzione alla derivata (strumento Luogo di GeoGebra)



**Tecnologie  
un esempio: funzioni e modelli  
matematici**

## Andamento logistico e andamento esponenziale



63

## Andamento logistico (nel continuo)

- Si possono usare diversi tipi di funzioni, che devono andare da zero a  $s = E$  ed essere crescenti. Qui abbiamo utilizzato la funzione logistica (con tre parametri,  $s, a, k$ ):

$$g(x) = \frac{s}{1 + e^{-k(x-a)}}$$

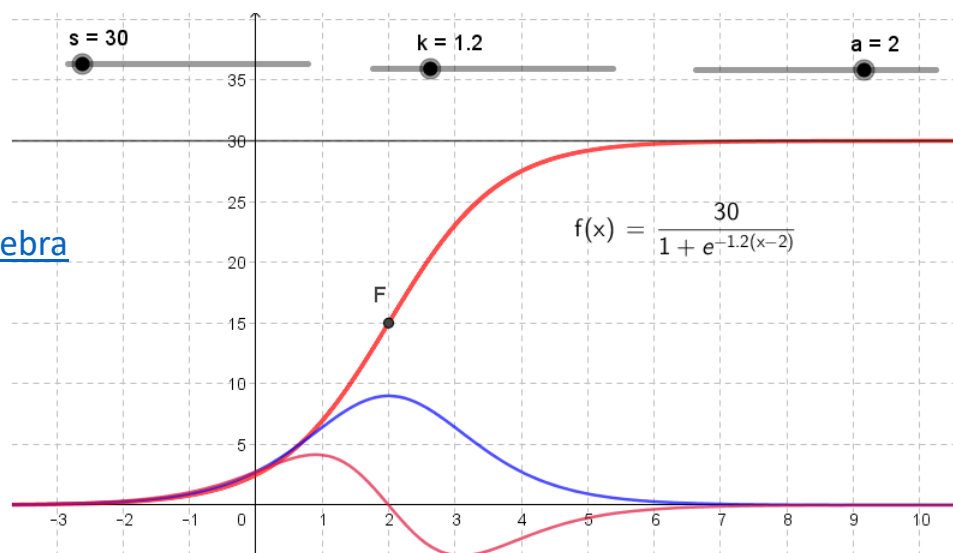
- Nella figura abbiamo scelto i valori dei parametri, solo per dare un'idea.
- I parametri devono essere determinati a partire dai dati in modo che sia minimo l'errore complessivo, in inglese **loss**, che il modello commette nella previsione.

64



## Andamento logistico (nel continuo)

[Vedi file GeoGebra](#)



65

## La pandemia provoca un «nuovo PNI» di massa?

- La pandemia provoca un autentico sconvolgimento
- Ma tutti gli insegnanti sono costretti a usare le tecnologie...
- In pochi giorni abbiamo imparato a «fare lezione» a distanza, usando le tecnologie...
- **La pandemia è stata come un nuovo «PNI»?**
- Ora, dopo la pandemia, sembra invece che ci sia un riflusso sull'uso delle tecnologie...

## La pandemia provoca un «nuovo PNI» di massa: insegnanti costretti a usare tecnologie per la DAD

In pochi giorni abbiamo imparato a fare lezione a distanza, usando le tecnologie, senza nessun corso di aggiornamento preparatorio

Le piattaforme per la DAD utilizzate (non solo per la Matematica...):

- Zoom
- Google Meet, Google Classroom
- Webex
- Microsoft Teams
- Uso di tavolette grafiche, ecc.

## Ambienti di collaborazione e condivisione durante la DAD

Ambienti per la condivisione utilizzati

Ambienti generali:

- Moodle

Ambienti di lavoro per la matematica:

- GeoGebra Classroom
- Desmos
- Ecc.

## Esempio: GeoGebra Classroom

*GeoGebra Classroom* è una piattaforma virtuale, attraverso la quale l'insegnante può:

- assegnare agli studenti esercizi e attività interattive
- visualizzare in tempo reale il progresso degli studenti che stanno svolgendo un determinato esercizio
- visualizzare quali esercizi gli studenti hanno (o no) iniziato
- assegnare domande all'intera classe e visualizzare tutte le risposte degli studenti in tempo reale
- nascondere i nomi degli studenti quando vengono visualizzate le risposte alle domande
- insegnare in modo collaborativo, aggiungendo alla classe docenti collaboratori
- creare e facilitare discussioni interattive tra tutti gli studenti, gruppi di studenti, o singoli

**Una tesi di laurea magistrale 2020,  
in didattica della matematica  
in piena pandemia...**



**Università  
degli Studi  
di Ferrara**

Dipartimento di Matematica e Informatica  
Tesi di Laurea Magistrale in Didattica della Matematica

**L'uso delle tecnologie  
nell'insegnamento-apprendimento della Matematica  
nella Scuola secondaria di II grado  
in Italia, dal PNI a oggi**

*Relatore*  
Prof. Luigi Tomasi

*Laureando*  
Stefano Tappi

24 luglio 2020

Anno Accademico 2019 – 2020

**Per la tesi è stato proposto un questionario  
online (Google forms)-marzo-aprile 2020**

6. Ritieni che le TIC (Tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione) siano importanti nell'insegnamento della matematica? SI NO

6.1. Perché?

-----

7. Utilizza le nuove tecnologie nell'insegnamento della matematica?

SI NO

## Per la tesi è stato proposto un questionario online

7.1. Se sì, con quale frequenza (in ciascuna classe)?

- Tutti i giorni di lezione
- 2 volte alla settimana
- 1 volta alla settimana
- 2 volte al mese
- 1 volta al mese
- Qualche volta in un anno scolastico.

## Per la tesi è stato proposto un questionario online

7.2. Se sì, barrare la tipologia di tecnologia utilizzata

- Software di geometria dinamica (per esempio GeoGebra...)
- Software di calcolo simbolico (per esempio GeoGebra CAS,...)
- Coding (programmazione informatica nell'insegnamento della matematica, per es. Python,...)
- Fogli elettronici (per es. Excel,...)
- Software generici (per es. Word, ...)

## Tipologie di tecnologie usate per la matematica?

- Calcolatrice (non grafiche)
- Calcolatrici grafiche (non CAS/ CAS)
- LIM
- Smartphone (app per l'insegnamento della matematica)
- Tablet (app per l'insegnamento della matematica)
- Altro (specificare) \_\_\_\_\_

## Dalle risposte, emergono quattro «gruppi» di docenti

In particolare possiamo suddividere i docenti, sulla base delle loro risposte, in quattro diversi profili chiamati in questo modo:

*“gli entusiasti”*

*“gli utilizzatori per convenienza”*

*“gli utilizzatori critici, che non credono alla valenza delle tecnologie per l'apprendimento della matematica”*

*“i rassegnati all'uso della tecnologia”.*

## Risposta di un/una insegnante «entusiasta»

Ritiene che le TIC siano importanti nell'insegnamento della matematica?

SI/NO Perché?

- *«Intanto [le tecnologie] hanno acquisito un ruolo importante in ogni aspetto della nostra vita: per l'insegnamento della matematica in particolare consentono di svolgere attività laboratoriali e apprendere facendo.*
- *Favoriscono le attività di esplorazione, permettono di concentrare l'attenzione sui processi (più che sui calcoli), permettono di curare la formalizzazione e l'errore non è una segnalazione del docente, ma del software.*
- *Possono permettere la comunicazione.»*

## Risposta di un/una «entusiasta»

*«[Le tecnologie] arricchiscono le modalità di insegnamento-apprendimento, ad esempio relativamente a:*

- *visualizzazione grafica,*
- *velocità di esecuzione di calcoli/compiti, comunicazione, reperimento informazioni e risorse, condivisione, modalità di coinvolgimento diretto.»*

## Risposta di un/una «entusiasta»

•«Attraverso la visualizzazione di grafici, immagini, figure dinamiche, [le tecnologie] possono aiutare nell'apprendimento anche solo perché attivano canali sensoriali e cognitivi diversi dalla lezione classica, e possono fare breccia su certi studenti più difficili da “raggiungere”.»

## Risposta di un/una «entusiasta»

- «Perché [le tecnologie] sono utilissime come strumento di supporto alla didattica, perché attivano registri semiotici più vicini ai ragazzi.
- Rendono le lezioni più dinamiche e accattivanti.
- Facilitano la comunicazione studenti/insegnanti, contribuiscono quotidianamente all'acquisizione di competenze digitali di cittadinanza, ...»



## Le ragioni del «Sì»

(alla domanda **Ritiene che le TIC siano importanti nell'insegnamento della matematica?**)

RISPOSTA CATALOGATA ALLA DOMANDA 6.1 – Le ragioni del «Sì»	NUMERO	%
Migliorano la visualizzazione e la rappresentazione dei concetti matematici	45	20,64
Migliorano la didattica	39	17,89
Incuriosiscono, motivano e stimolano gli studenti	38	17,43
Migliorano l'apprendimento	18	8,26
Favoriscono la comunicazione, il lavoro di gruppo e la Peer Education	10	4,59
Permettono di concentrare l'attenzione sui processi, più che sul calcolo, ed aumentano rapidità di esecuzione di calcoli/compiti	10	4,59
Aiutano nell'insegnamento con studenti "difficili"	9	4,13
Favoriscono l'apprendimento percettivo-motorio ed esperienziale	6	2,75
Avvicinano la matematica alla realtà	6	2,75
Non specificato	21	9,63
<b>Totale docenti che hanno risposto</b>	<b>218</b>	<b>100,00</b>

## Risposte di «utilizzatori per convenienza»

- Gli “*utilizzatori per convenienza*” sono quei/quelle docenti che ritengono le TIC importanti nell'insegnamento della matematica perché le reputano utili per **una o al massimo due motivazioni.**
- Ovviamente questa utilità li spinge poi a utilizzarle nella loro didattica.

## Risposte di «utilizzatori per convenienza»

- *«Ci sono strumenti che tornano utili.»*
- *«perché possono aggiungere strumenti utili all'insegnamento»*
- *«permettono di arrivare alla risoluzione di un problema in modo più rapido»*
- *«perché in geometria sono molto utili»*
- *«è un'utile integrazione alla didattica tradizionale che amplifica le potenzialità di apprendimento e che in questi giorni di DAD è indispensabile»*

## Risposte di «utilizzatori per convenienza»

- *«sono più stimolanti ed accattivanti per i ragazzi»*
- *«sono strumenti che si possono utilizzare per spiegare più velocemente e meglio alcuni concetti.»*

## Risposte di «utilizzatori critici, che non credono alla valenza delle tecnologie per la matematica»

- Gli “*utilizzatori critici*” sono quei/quelle docenti che ritengono che le nuove tecnologie siano importanti, ma ne fanno un uso critico tenendo bene presenti anche tutti i rischi che il loro utilizzo porta con sé.
- Non ritengono però che le tecnologie siano fondamentali per l'apprendimento della matematica

## Risposta di un/a «utilizzatore critico»

- «*Le TIC non sono fondamentali, ma possono essere di aiuto, per esempio GeoGebra permette di visualizzare meglio certe dimostrazioni, la LIM può essere comoda, per esempio consente di salvare la lezione.*
- *In realtà lo studio della matematica richiede solo carta, matita, gomma e “testa”»*

## Risposta di un/a «utilizzatore/trice critico/a»

- [Le TIC] «danno un punto di vista diverso del solito, che alcuni studenti potrebbero trovare più alla loro portata.
- Tuttavia devono essere usate con parsimonia e consapevolezza sia dei docenti che degli studenti: devono essere usate per aiutare lo studente a capire come fare un certo procedimento, e non fare il lavoro al posto dello studente
- da questo punto di vista **anche solo le calcolatrici di ultima generazione sono un pericolo**: permettendo di inserire anche frazioni, si rischia che lo studente non impari più a trattarle, ma impari solo come delegare il compito alla calcolatrice, senza recepire quindi il significato delle operazioni tra le frazioni stesse.»

## Risposta di un «utilizzatore/trice critico/a»

- «Le tecnologie offrono risorse che sarebbe un peccato non utilizzare.
- Tali risorse possono essere utilizzate proficuamente grazie ad un'attenta analisi dei limiti e delle potenzialità delle varie modalità d'uso degli strumenti stessi.
- Occorre che gli insegnanti siano consapevoli di tali limiti e potenzialità e ne rendano consapevoli anche gli studenti nelle varie fasi di una pratica didattica.»

## Risposta di un «utilizzatore/trice critico/a»

- *«Migliorano la qualità e la produttività del lavoro didattico, ma hanno scarsi risultati sul piano dell'apprendimento degli studenti; parlando di livelli di apprendimento, non vedo differenze significative tra l'epoca pre - TIC e l'attuale.»*
- *«Le nuove tecnologie come mediatori di conoscenza, ma non unici. Una tecnologia, per quanto buona, non garantisce miglioramenti nell'insegnamento apprendimento.»*

## Risposte di docenti «rassegnati all'uso delle tecnologie», che si sono arresi all'uso delle TIC

- Rappresentano l'ultimo profilo di docente individuato analizzando le risposte alla domanda.
- Fanno parte di tale profilo tutti/e queglii/quelle insegnanti che ritengono di usare le TIC per la matematica perché oggi non si può fare a meno di utilizzarle; in quanto *«sono ormai diffuse in qualunque settore»* e *«fanno parte della realtà»*.

## Risposte di «rassegnati/e all'uso delle tecnologie» [marzo-aprile 2020]

- «fino a pochi giorni fa avrei risposto diversamente, in questo periodo sono fondamentali.»
- «vedi Covid-19.»
- «con il Corona virus...»
- «In questa emergenza sono fondamentali.»

## Le ragioni del «no»

(alla domanda **Ritiene che le TIC siano importanti nell'insegnamento della matematica?**)

<b>RISPOSTA CATALOGATA ALLA DOMANDA 6.1 -- Le ragioni del No</b>	<b>NUMERO</b>	<b>%</b>
Non essenziali e quindi non indispensabili, ma talvolta utili	7	30,43
Non insegnano e non aiutano a ragionare	7	30,43
Sottraggono troppo tempo alla didattica	4	17,39
Difficoltà nella valutazione a distanza	1	4,35
Disabitano al linguaggio formale specifico della matematica	1	4,35
Non specificato	3	13,04
<b>Totale docenti che hanno risposto</b>	<b>23</b>	<b>100,00</b>

## Tipo di tecnologia utilizzata (numero di docenti del campione, erano possibili + risp.)

TECNOLOGIA UTILIZZATA	NUMERO	%
Software di geometria dinamica (per esempio GeoGebra, ...)	178	74,48
LIM	169	70,71
Fogli elettronici	128	53,56
Calcolatrice	115	48,12
Software generici	89	37,24
Software di calcolo simbolico (per esempio GeoGebra CAS, ...)	68	28,45
Smartphone (app per l'insegnamento della matematica)	68	28,45
Tablet (app per l'insegnamento della matematica)	60	25,10
Calcolatrici grafiche (non CAS, CAS)	43	17,99
Coding (programmazione informatica nell'insegnamento della matematica)	18	7,53
Non specificato	14	5,86

## La classifica dei software più utilizzati-punteggio (non sono tutti di tipo matematico...) 2020

UTILIZZO	PUNTI
1° GeoGebra	1337
2° Excel	415
3° Desmos	218
4° Google Suite (Classroom, Meet, ...)	208
5° Software della LIM (Lavagna Interattiva Multimediale)	180
6° Software Calcolatrice	70
7° Word	62
8° Wolfram Alpha	60
9° Derive	55
10° Kahoot!	37
11° Photomath	36
12° Notability	30
13° Powerpoint	28
14° Cabri	22

## Ambito della matematica e numero di docenti che usano le tecnologie (era ammessa più di una risposta)

AMBITO DELLA MATEMATICA	NUMERO	%
Aritmetica e Algebra	80	33,47
Geometria	167	69,87
Relazioni e Funzioni	165	69,04
Dati e previsioni	130	54,39
Non specificato	9	3,77
Totale docenti	239	100

## Cosa emerge dall'indagine?

- Il primo interessante dato che emerge dall'indagine è che **le nuove tecnologie vengono ritenute importanti** ed utilizzate nel processo di insegnamento-apprendimento della matematica da tantissimi docenti,
- ma molto spesso se ne fa un uso un po' superficiale e non sempre integrato nella didattica, giustificato più dalla loro utilità che dal **"valore aggiunto"** che possono apportare nell'apprendimento degli studenti.



## Cosa emerge dall'indagine?

- Gli strumenti tecnologici vengono principalmente **utilizzati dai docenti** per rendere più efficaci ed accattivanti le loro lezioni, ma spesso **non vengono fatti utilizzare direttamente agli studenti** come strumento di apprendimento individuale o di gruppo.
- Meno della metà dei docenti coinvolti in questa ricerca utilizza la LIM in maniera interattiva e **oltre il 65%** dei docenti (del campione) utilizza **qualche volta in un anno scolastico (o addirittura mai)** le tecnologie informatiche per l'insegnamento della matematica.

## Il «coding» (nell'insegnamento della Matematica)

- Un aspetto strettamente correlato alla poca fruizione del laboratorio di informatica per l'insegnamento della matematica è lo **scarso utilizzo del "coding"** (programmazione informatica nell'insegnamento della matematica, per es. Scratch, Python...).
- Solo il 7,5 % dei docenti (2020) che ha compilato il questionario utilizza il "coding" nel proprio insegnamento della matematica.

## «Coding» poco diffuso nell'insegnamento della matematica

- Tale fatto risulta essere totalmente l'opposto di quanto avveniva nei primi anni del PNI – Piano Nazionale per l'Informatica (a partire dal 1985), quando si chiedeva ai docenti di matematica di insegnare **un linguaggio di programmazione** (in quegli anni identificato nel linguaggio "Pascal").
- Tale disuso della programmazione informatica nell'insegnamento della matematica deriva sicuramente anche da una mancanza di indicazioni precise da parte del Ministero dell'Istruzione su questo tema.

## «Coding» poco diffuso nell'insegnamento della matematica

Nelle *Indicazioni nazionali per i Licei* (2010) infatti troviamo solo il seguente (debole) richiamo.

- «Un **tema fondamentale di studio sarà il concetto di algoritmo e l'elaborazione di strategie di risoluzioni algoritmiche nel caso di problemi semplici e di facile modellizzazione; e, inoltre, il concetto di funzione calcolabile e di calcolabilità e alcuni semplici esempi relativi.**»

Indicazioni Nazionali per i Licei (2010)

## Nell'ambito del PNRR si vuole introdurre il coding per tutti gli ordini di scuola in collegamento con la matematica

Sembra che in questo anno scolastico il Ministero dell'Istruzione e del Merito abbia intenzione di introdurre, collegato con matematica, un orario adeguato per il «coding»

## Tecnologie e metodologie didattiche per la matematica

- Le tecnologie informatiche cambiano in modo rapidissimo
- La scuola (e noi insegnanti) è in difficoltà a seguire le novità che si susseguono, in particolare per l'IA
- Occorre approfondire l'utilizzo di piattaforme o strumenti digitali che permettano (per la matematica):
  - Collaborazione
  - Condivisione
  - Metodologia laboratoriale
  - Laboratorio di matematica

## Oggi siamo sempre più sommersi dalla tecnologia: nuovi sviluppi della IA (Intelligenza Artificiale) E nella didattica?

- Settembre 2022: si diffonde ChatGPT (OpenAI)
- AI-Artificial Intelligence
- Una domanda: potrà ChatGPT spiegare meglio, per es. la parabola rispetto a come fa un insegnante?
- Uno ChatBot è paziente; ripete quanto vogliamo; ha anche una certa interattività; non va in malattia, non ha un orario di lavoro; può rispondere a qualsiasi ora.... (vedi il trafiletto di Maria Prodi, su *Prisma*, Aprile 2023)
- <https://chat.openai.com/>

## Curricolo di matematica e tecnologie

- Le nuove tecnologie dovrebbero influenzare il curricolo di matematica?
  - La discussione è aperta...
  - Geometria euclidea (sì)
  - Algebra e Geometria analitica (sì)
  - Funzioni (sì)
- ma anche servirebbe
- molto di più di Statistica, Probabilità, Vettori e Algebra lineare
  - Funzioni in più variabili; forse Matematica discreta;
  - Coding...

Se vogliamo mettere in grado i nostri allievi di capire oggi l'AI, il Machine Learning, ecc. e il futuro.



*Grazie per l'attenzione.*

*Luigi Tomasi*

## Riferimenti

- UMI (2003). *Matematica 2003. Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica: Ciclo secondario*. MIUR.  
<https://umi.dm.unibo.it/wp-content/uploads/2020/04/Matematica2003.pdf>
- AA.VV. *Geometria e multimedialità*, Quaderno MPI-UMI.
- Anzellotti G., *Dalla corda tesa al Machine Learning*, Seminario di Didattica della Matematica, UniTn, 2023  
<https://r.unitn.it/it/maths/dicomatlab/ciclo-di-seminari-di-didattica-della-matematica-aa-2022-23>
- S. Tappi, *L'uso delle tecnologie nell'insegnamento-apprendimento della Matematica-scuola sec. di II grado dal PNI a oggi*, Tesi di laurea magistrale on Matematica (rel. L. Tomasi), UniFe, a.a. 2019/2020

## Riferimenti

- -S. Tappi, L.Tomasi, *Gli insegnanti, la pandemia e la didattica della matematica a distanza nella Scuola secondaria di II grado*, in "Progetto Alice", n. 62, 2020
- D. Paola, *Riflessioni sulla didattica a distanza ai tempi del Covid-19*, «MaddMaths», 13 aprile 2020, <http://maddmaths.simai.eu/didattica/didattica-a-distanza-paola/>
- D. Paola, *Quali possibili impatti di ChatGPT sull'insegnamento-apprendimento della matematica*, rivista IMSI, aprile 2023
- ChatGPT <https://chat.openai.com/>
- Moodle
- GeoGebra Classroom